

Часть 1

Напишите полные обоснованные решения задач 1–10.

- Решите уравнение $|7x^2 - 11x + 3| - x + 2 = 0$.
- Имеются два раствора серной кислоты в воде: первый — 40%-ный, второй — 60%-ный. Эти два раствора смешали, после чего добавили 5 кг чистой воды и получили 20%-ный раствор. Если бы вместо 5 кг чистой воды добавили 5 кг 80%-ного раствора, то получился бы 70%-ный раствор. Сколько было 40%-ного и 60%-ного растворов?
- Точки A_1, \dots, A_8 делят окружность на 8 равных дуг. Пусть X — точка пересечения прямых A_1A_3 и A_4A_7 , Y — точка пересечения прямых A_2A_6 и A_4A_7 , Z — точка пересечения прямых A_1A_3 и A_2A_6 . Найдите углы треугольника XYZ .
- Решите неравенство $\frac{\sqrt{x+5}}{1-x} < 1$.
- Медианы AA_1 и BB_1 треугольника ABC пересекаются под прямым углом. Найдите площадь треугольника ABC , если $AA_1 = 7$ и $BB_1 = 12$.
- Дважды бросается игральный кубик. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков будет равна 7.
- В треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Найдите длину отрезка B_1C_1 , если $\angle A = 60^\circ$, $BC = 6$.
- На детской площадке встретились мальчики и девочки. Мальчиков было больше, чем девочек, а всех детей меньше 30. Каждый мальчик подарил по цветку каждой незнакомой девочке, а каждая девочка подарила цветок каждому знакомому мальчику. Сколько было мальчиков, если всего было подарено 98 цветков?
- Три числа a, b и c в указанном порядке составляют геометрическую прогрессию, сумма которой равна 12. Числа $a - 10, b + 13$ и c в указанном порядке составляют арифметическую прогрессию. Чему могут быть равны числа a, b и c ?
- Найдите все значения y , при которых уравнение $\frac{x}{1+\frac{1}{x}} = x^2 + xy$ имеет хотя бы одно решение.

Часть 2

К задачам 11–12 приведены рукописные тексты решений.

- Проверьте решения и опишите в Вашей работе найденные ошибки.
- Предложите способ исправить ошибки, получить верное решение и дайте верный ответ.

11. Существует ли такое натуральное значение n , что число $3n+2000$ является точным квадратом?

Числа вида $3n+2000$ образуют арифметическую прогрессию с положительной разностью. Во всякой такой последовательности в силу её бесконечности обязательно встретится хотя бы один точный квадрат. Ответ: существует

12. Сколько четырёхзначных чисел, делящихся на 5, можно составить из цифр 0, 1, 3, 5, 7, если каждое число должно содержать хотя бы две одинаковые цифры?

Найдём общее кол-во 4-значных чисел, кратных 5, которые можно составить из данных пяти цифр:

4 цифры: 1, 3, 5, 7 5 цифры: 0, 1, 3, 5, 7 2 цифры: 0, 5

По правилу произведения получаем: $4 \cdot 5^2 \cdot 2 = 200$.

Взяв кисти, в скольких из них все цифры различны. Если последняя цифра 0, то первые 3 цифры можно выбрать $A_4^3 = (4-3)! = 24$ способами.

Если же последняя цифра 5, то так как первая цифра не 0, получаем $A_3^2 = (3-2)! = 6$ способов.

Таким образом, искомое количество равно $200 - 24 - 6 = 170$. Ответ: 170.

Критерии проверки работы

Каждая задача оценивается, исходя из 2 баллов. 1 балл ставится, если решение доведено до ответа, но допущена одна негрубая ошибка.

Ответы к тренировочной работе

1. Решений нет.
2. 1 кг 40%-го и 2 кг 60%-го.
3. $22,5^\circ$; $67,5^\circ$; 90° .
4. $[-5; -1) \cup (1; +\infty)$.
5. 56.
6. $\frac{1}{6}$.
7. 3.
8. 14.
9. $a = 4, b = -8, c = 16$ и $a = 16, b = -8, c = 4$.
10. $(-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$.
11. 1) В представленном решении есть неверное утверждение: «*Во всякой такой последовательности в силу её бесконечности обязательно встретится хотя бы один точный квадрат.*»
2) Не существует.
12. 1) В представленном решении неверно найдено количество чисел, оканчивающихся на 5, все цифры которых различны.
2) 158.